

# Transmission de pensée

## Solution

Deux joueurs A et B lancent une pièce (ou un dé) : A obtient  $x$ , B obtient  $y$ .

Chacun à partir de l'information donnée par le résultat de son lancer, propose un choix qui doit être égal au lancer de l'autre (« vous lancerez une pièce de monnaie et vous devrez émettre un pronostic sur le résultat du tirage de l'autre »).

On dira que A applique à son lancer  $x$  une application  $f$ , B applique à son lancer  $y$  l'application  $g$ .

Pour avoir droit à une permission, chacun des deux doit avoir bien pronostiqué le résultat du lancer de l'autre.

On doit donc avoir :  $[C] y = f(x)$  et  $x = g(y)$  pour un certain  $x$  et un certain  $y$ .

Une condition nécessaire est  $[CN] : y = f(g(y))$  et  $x = g(f(x))$ .

Cette condition n'est pas suffisante car :  $f$  quelconque et  $g = f^{-1}$  implique  $[CN]$  mais pas  $[C]$ .

## Recherche de stratégies

### Lancer de pièces

1) Si A et B ont même stratégie (et qu'on se limite aux applications) il y a 4 applications

application constante 0 qui donne 1 cas sur 4 (le cas (0,0)) correct

application constante 1 qui donne 1 cas sur 4 (le cas (1,1)) correct

application identique qui donne 2 cas sur 4 (les cas (0,0) et (1,1)) corrects

application contraire qui donne 2 cas sur 4 (les cas (0,1) et (1,0)) corrects.

2) Sinon il y a 16 cas (en comptant les quatre ci dessus)

ex1 :  $x$  applique 0 et  $y$  applique 1 : un cas sur 4

ex1 :  $x$  applique 0 et  $y$  applique id : un cas sur 4

ex1 :  $x$  applique id et  $y$  applique contraire : 0 cas sur 4.

On vérifie en examinant les 16 cas que « 2 cas sur 4 » est le maximum possible, ou on peut le prouver :  $[C]$  implique qu'il y a un seul couple solution de premier terme 0.

### Lancer de dés

Pas très différent mais les possibilités sont plus grandes. On peut montrer comme ci dessus que les meilleures stratégies donnent 6 chances sur 36.

### Exemples de fonctions

- Solutions affines

- solutions linéaires

$f = g = \text{id}$  donne 6 chances sur 36

$f(x) = 2x$  et  $g(x) = \lfloor x \rfloor$  (arrondi éventuellement inférieurement) [modulo 6] donne 3 chances sur 36

- solutions constantes  $f(x) = b$  et  $g(x) = b'$  un seul cas sur 36 :  $(b', b)$

- $f(x) = g(x) = x + 1 \pmod{6}$  : aucun cas sur 36

- $f(x) = g(x) = x + 3 \pmod{6}$  : 6 cas sur 36

- Fonction Carré

$f(x) = g(x) = x^2 \pmod{6}$

quatre cas sur 36 : (1,1), (3,3), (4,4), (6,6)

Question : est ce qu'on peut obtenir tous les nombres de cas entre 0 et 6 (sur 36) ?

Les exemples ci dessus répondent qu'on obtient 0, 1, 3, 4, 6, reste 2 et 5 (je n'ai pas cherché).

On peut aussi ne pas se limiter aux applications.

*Remarque : les quantificateurs sont absents, ce qui gêne sans doute la compréhension mais permet de ne pas toujours préciser si on cherche la fonction ou les  $x$  et  $y$  tels que  $[C]$ .*