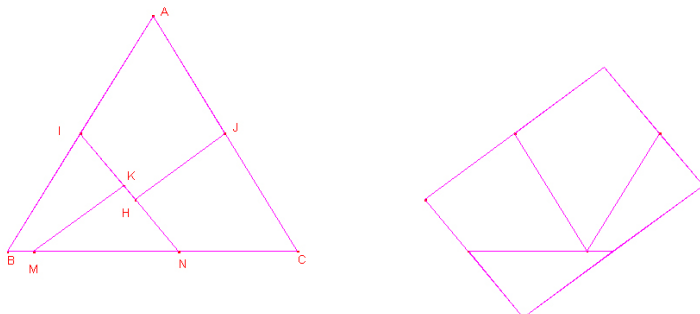
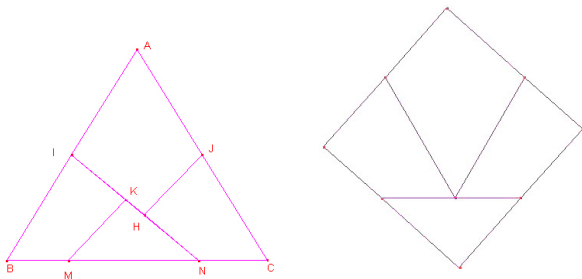


## Puzzle



$I$  et  $J$  sont les milieux des côtés du triangle équilatéral  $ABC$  de côté  $2a$  et  $MN = a$ .  $(MK)$  et  $(JH)$  sont perpendiculaires à  $(IN)$ .



1. Quelles transformations du plan permettent de passer du triangle au rectangle ?
2. Montrer que une des dimensions du rectangle est égal à  $IN$ .
3. Dans le triangle  $BNI$ , calculer  $IN$  en fonction de  $a$  et  $x = BM$
4. Pour quelle valeur de  $x$  obtient on un carré ?
5. On donne à  $a$  la valeur 1. Le but de cette question est l'étude de la fonction donnant le périmètre du rectangle en fonction de  $x$ .
  - (a) Quel est le domaine de définition de cette fonction ?
  - (b) Montrer que la deuxième dimension du rectangle vaut

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+x+x^2}}$$

- (c) En déduire le périmètre du rectangle  $p(x)$  en fonction de  $x$ .
- (d) Calculer la dérivée  $p'(x)$  et montrer que son signe est le signe de

$$1 + 3x + 3x^2 - \sqrt{3} + 2x^3 - 2x\sqrt{3}$$

- (e) En remarquant que  $-\frac{1}{2}$  est racine de ce polynôme, déterminer le signe de  $p'(x)$ .
- (f) En déduire les variations de la fonction  $p$
- (g) Pour quelle valeur de  $x$  le périmètre est-il le plus petit ?