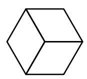
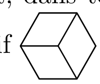
Pavages par des calissons

par Frédéric Mazoit

On considère un hexagone de côté entier et on étudie les façons de le paver avec des *calissons*. Un calissons est un losange formé de deux triangles équilatéraux de côté unité collés par l'un de leurs bords. Les figures 1, 2 et 3 représentent de tels pavages.

À partir d'un pavage P donné, il est possible d'obtenir de nouveaux pavages en transformant P localement. En effet, dans tout pavage on peut remplacer, s'il apparaît, le motif  par le motif  et inversement. On appelle *flip* cette transformation.

En opérant plusieurs flips (fig. 1), on peut obtenir un grand nombre de pavages. On peut même démontrer qu'on peut obtenir tous les pavages possibles de cette façon.

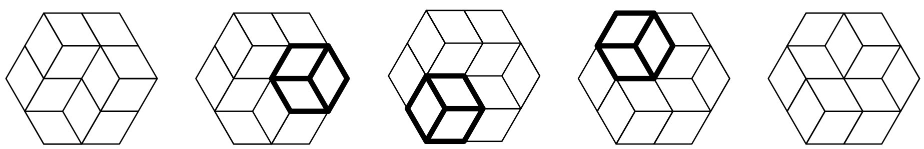


FIG. 1 – Exemple d'une chaîne de flips.

Petite mise en bouche

1. Trouvez une séquence de flips qui permet de passer du premier pavage de la figure 2 au second.

2. Trouver une telle séquence la plus petite possible.
   Indication : pour y voir plus clair, plongez dans la troisième dimension.

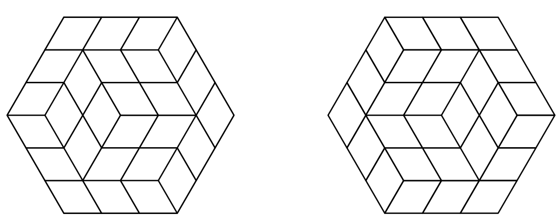


FIG. 2 – Deux pavages distincts

Passons aux choses sérieuses

3. Réessayer avec les deux pavages de la figure 3

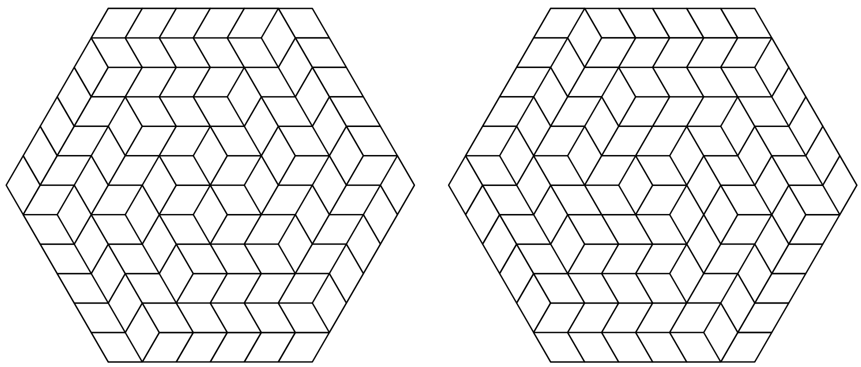


Fig. 3 – Deux pavages distincts